

Основные тригонометрические тождества

- $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
- $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}, x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
- $\operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x}, x \neq \pi n, n \in \mathbb{Z}$
- $\operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x = 1, x \neq \frac{\pi}{2} n, n \in \mathbb{Z}$
- $1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}, x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
- $1 + \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}, x \neq \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Формулы сложения и вычитания

- $\sin(x+y) = \sin x \cos y + \sin y \cos x$
- $\sin(x-y) = \sin x \cos y - \sin y \cos x$
- $\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$
- $\cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$
- $\operatorname{tg}(x+y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}, x, y, (x+y) \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
- $\operatorname{tg}(x-y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}, x, y, (x-y) \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
- $\operatorname{ctg}(x+y) = \frac{\operatorname{ctg} x \operatorname{ctg} y - 1}{\operatorname{ctg} x + \operatorname{ctg} y}, x, y, (x+y) \neq \pi n, n \in \mathbb{Z}$
- $\operatorname{ctg}(x-y) = \frac{\operatorname{ctg} x \operatorname{ctg} y + 1}{\operatorname{ctg} x - \operatorname{ctg} y}, x, y, (x-y) \neq \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Формулы двойного аргумента

- $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$
- $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$
- $\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}, x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} n, n \in \mathbb{Z}$
- $\operatorname{ctg} 2x = \frac{\operatorname{ctg}^2 x - 1}{2 \operatorname{ctg} x}, x \neq \pi n, x \neq \frac{\pi}{2} n, n \in \mathbb{Z}$

Формулы половинного аргумента

- $\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}$
- $\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}$
- $\operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}, x \neq \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
- $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$
- $\operatorname{ctg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 - \cos x} = \frac{1 + \cos x}{\sin x}$

Формулы преобразования произведения в сумму

- $\sin x \cos y = \frac{1}{2} (\sin(x+y) + \sin(x-y))$
- $\sin x \sin y = \frac{1}{2} (\cos(x-y) - \cos(x+y))$
- $\cos x \cos y = \frac{1}{2} (\cos(x-y) + \cos(x+y))$

Формулы преобразования суммы в произведение

- $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$
- $\sin x - \sin y = 2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+y}{2}$
- $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$
- $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$
- $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x+y)}{\cos x \cos y}, x, y \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
- $\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x-y)}{\cos x \cos y}, x, y \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
- $\operatorname{ctg} x + \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(x+y)}{\sin x \sin y}, x, y \neq \pi n, n \in \mathbb{Z}$
- $\operatorname{ctg} x - \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(y-x)}{\sin x \sin y}, x, y \neq \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Универсальная тригонометрическая подстановка

- $\sin x = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}, x \neq \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
- $\cos x = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}, x \neq \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
- $\operatorname{tg} x = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}, x \neq \pi + 2\pi n, x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
- $\operatorname{ctg} x = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}{2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}}, x \neq \pi n, x \neq \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Формулы тройного аргумента

- $\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$
- $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$
- $\operatorname{tg} 3x = \frac{3 \operatorname{tg} x - \operatorname{tg}^3 x}{1 - 3 \operatorname{tg}^2 x}, x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$
- $\operatorname{ctg} 3x = \frac{\operatorname{ctg}^3 x - 3 \operatorname{ctg} x}{3 \operatorname{ctg}^2 x - 1}, x \neq \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$